

## VERSIÓN DEL ESTUDIANTE CONSTRUYENDO UN TÚNEL DE HORMIGAS

Brian Winkel  
Director de SIMIODE  
Cornwall NY USA

Traducido por Migdonio González  
Universidad Tecnológica de Panamá  
Ciudad de Panamá, Panamá

### ENUNCIADO

¿Cuánto tiempo le toma a una hormiga construir un túnel? Esa parece una pregunta razonable. Si alguna vez, cuando estabas en la primaria, una tía bien intencionada te regaló una colonia de hormigas, es posible que hayas visto a las hormigas construyendo laboriosamente y es posible que tengas una idea al respecto. Para responder a la pregunta, quizás necesitemos reducir un poco el alcance, simplificar, y ciertamente identificar términos y variables antes que podamos obtener una buena respuesta. Identifiquemos algunas variables y luego juntos hagamos algunas suposiciones que conducirán a un modelo matemático.

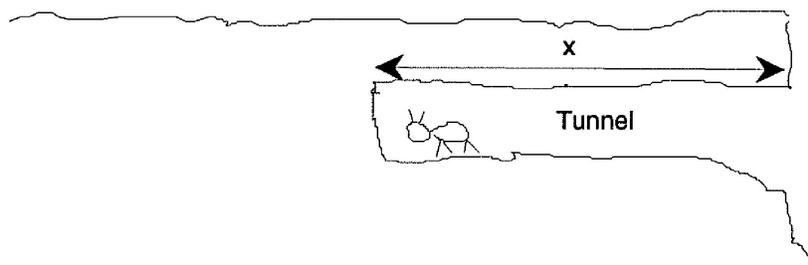
Sea  $x$  la longitud del túnel en pies que construye una hormiga.

Sea  $T(x)$  el tiempo en horas que le toma a la hormiga construir el túnel de longitud  $x$ .

Podemos hacernos una idea de nuestra situación haciendo un bosquejo en la Figura 1.

- a) Escribe varias funciones candidatas para  $T(x)$  y da uno o dos argumentos a favor y en contra de cada una de ellas.

Vemos que intentar saltar justo encima de  $T(x)$  puede ser difícil. Entonces, en lugar de ir directamente tras  $T(x)$  examinemos la Figura 2. Considera algunos supuestos que (i) reflejen la realidad



**Figura 1.** Bosquejo para el modelo de construcción del túnel por una hormiga.  $x$  es la longitud del túnel y  $T(x)$  es el tiempo que le toma a una hormiga construir un túnel de longitud  $x$ .

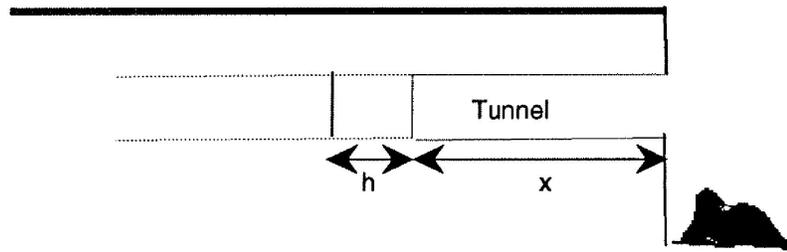
de tal situación y (ii) podrían simplificar el modelo en un primer intento. Escribe estos supuestos y escribe los más útiles como prólogo de tus respuestas a (b)-(c).

Ahora mira si podemos construir un modelo usando estas suposiciones para ayudarnos a determinar cuánto tiempo puede tomar una hormiga en *extender* un túnel desde la distancia  $x$  hasta la distancia  $x + h$ . Así buscamos una expresión para (1):

$$T(x + h) - T(x) = \text{_____} \quad (1)$$

Ten en cuenta que  $T(x + h) - T(x) \neq T(h)$ , ya que  $T(h)$  representa el tiempo que lleva cavar un pequeño túnel de longitud  $h$  desde la boca del túnel, mientras que  $T(x + h) - T(x)$  incluye el tiempo que lleva extender el túnel desde la longitud  $x$  hasta  $x + h$ . Este último tiempo debe tomar en cuenta el tiempo para que la hormiga lleve todo el material de la región de  $x$  a  $x + h$  hasta afuera a lo largo de un camino de longitud  $x$ , que es más que solo el tiempo que toma,  $T(h)$ , para llevar el material a una distancia de solo  $h$  hasta la boca del túnel.

- b) Enumera las variables (presentes o a ser introducidas) de las que la expresión en (1) podría depender.
- c) A continuación hay varios modelos matemáticos posibles para (1). Defiende o rechaza cada uno y ofrece tus razones. Prueba modificar uno o dos y mejorarlos. Cuando intentes rechazar un modelo, considera algunos casos triviales y mira si tiene sentido, por ejemplo,  $h = 0$  o  $x = 0$  o  $h$  o  $x$  son muy grandes.
- i)  $T(x + h) - T(x) = x + h$ .
  - ii)  $T(x + h) - T(x) = x - h$ .
  - iii)  $T(x + h) - T(x) = x^h$ .
  - iv)  $T(x + h) - T(x) = x \cdot h$ .
  - v)  $T(x + h) - T(x) = h^x$ .



**Figura 2.** Diagrama útil para descubrir el tiempo que lleva construir una pequeña sección del túnel de hormigas desde la distancia  $x$  hasta  $x + h$ .

- vi)  $T(x + h) - T(x) = c$ .
- d) Convierte tu modelo de ecuación en diferencias (1) en una ecuación diferencial con condiciones iniciales apropiadas.
- e) Resuelve la ecuación diferencial que crees en (d) para  $T(x)$ . Sugerencia: ¿Qué condición inicial  $T(0)$  usarás?
- f) Usa tu solución de (e) para determinar cuánto tiempo lleva construir un túnel que es dos veces más largo que un túnel original de longitud  $L$ . ¿Qué respuesta te habrían dado a esta misma pregunta alguno de los modelos de funciones que planteaste en la parte (a)?
- g) Supongamos que tenemos dos hormigas cavando a cada lado de nuestra colina de arena a lo largo de la misma línea recta. ¿Cómo alteraría esto el tiempo total para cavar el túnel?

Por supuesto, podemos aplicar estos mismos principios de nuestro modelo a la construcción de túneles reales para ingenieros.

- h) Si estuviéramos considerando (g) en relación con la construcción de ingeniería de un túnel largo de longitud  $L$ , describe alguno de los problemas que debemos tener en cuenta al tener dos equipos (uno de cada extremo del túnel) trabajando en el túnel.